Ваш номер варианта – номер по списку вашей группы. Список группы можно посмотреть в отчетах (vvsu.ru – обучающимся – успеваемость студентов- отчеты) или в ведомости через личный кабинет.

Если ваш номер по списку **больше 20**, то номер варианта=номер по списку -20. (Например, если ваш номер по списку – 25, то ваш вариант – 5).

Контрольная работа № 1

1. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы, совершенные конъюнктивные нормальные формы

Построить таблицы истинности для следующих формул алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ двумя способами (по таблице истинности и с помощью законов алгебры высказываний (как в примерах 10,11 на стр. 9)).

1. $((\neg x \vee y) \to \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
2. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \to \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
3. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \to (z \wedge \neg(x \wedge y))$
4. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee \big(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\big)) \to (\neg y \wedge z)$
5. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \to (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
6. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \to \neg(x \vee y \vee \neg z)$
7. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \to (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
8. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \to (x \wedge \big((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)\big))$
9. $(x \vee y \to z) \leftrightarrow (\neg z \to \neg(x \wedge y))$
10. $((\neg x \vee y) \to \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
11. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \to \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
12. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \to (z \wedge \neg(x \wedge y))$
13. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee \big(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\big)) \to (\neg y \wedge z)$
14. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \to (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
15. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \to \neg(x \vee y \vee \neg z)$
16. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \to (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
17. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \to (x \wedge \big((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)\big))$
18. $\neg(\neg(x \vee z \to y) \vee (y \wedge \neg z \to x \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
19. $\neg\big((z \to y) \to x\big) \to \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
20. $(z \to x \wedge y) \to (x \to y \wedge z) \ \vee \big(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\big)$

2. Логическое следствие в алгебре высказываний

Проверить истинность соотношений тремя способами (используя определение логического следствия и пп. 3,4 теоремы 2. $\vdash$

1. $x \to (y \to z), x \to y \vDash x \to z$;
2. $x \to y \wedge z, \neg x \vee y, \neg z \vee \neg(x \vee y) \vDash x \vee y$;
3. $\neg(x \to y), y \vee \neg(x \vee z), y \to z \vDash x \to \neg y$;
4. $x \wedge (y \to z), x \to \neg z, y \to x \wedge z \vDash y \vee (x \wedge \neg z)$;
5. $x \to y \vee z, (z \to \neg x) \wedge (y \to x) \vDash x \vee (y \wedge z)$;
6. $y \to x \vee z, z \to x \vee y, x \to y \vDash x \vee y \vee z$;
7. $x \to y \vee \neg z, z \to y \wedge x, \neg(x \wedge y) \vDash \neg z \to x$;
8. $(y \wedge (z \to x)) \wedge (y \to z), z \vee \neg(y \wedge \neg x) \vDash x \vee z$;
9. $x \to \neg(y \vee z), z \to x \wedge y, x \wedge z \vDash x \to z$;
10. $z \vee (y \to x), x \to (y \vee \neg z), y \wedge z \to \neg x \vDash z \vee \neg x$;
11. $\neg(x \to y), z \to x \wedge y, z \vee \neg x \vDash x \to \neg(y \wedge z)$;
12. $x \vee \neg y, \neg y \vee z \to x, \neg x \vee \neg z, y \vee z \vDash \neg x \vee \neg y$;
13. $x \vee (y \wedge z), y \to \neg x \wedge \neg z, y \wedge (\neg z \to x) \vDash z \vee x$;
14. $\neg y \wedge (x \vee z \to y), z \vee (x \wedge y), \neg(x \to y) \vDash x \vee z$;
15. $x \vee (y \to z), \neg(x \to (z \to y)), ((y \to x) \to z) \vDash x \to \neg z$;
16. $\neg(x \wedge y \to z), (\neg y \to z) \wedge (\neg x \to z), y \to x, \neg x \to x \vee z \vDash y \vee \neg z$;
17. $x \wedge y \to \neg z, x \to \neg y, y \to x \vee z, y \vDash z \to x \vee y$;
18. $\neg(x \to y) \vee z, z \to x \vee y, \neg y \wedge ((x \to \neg z) \vee y) \vDash z$;
19. $x \to y \wedge z, z \to \neg(x \wedge y), x \vee (y \to z) \vDash x \vee \neg y$;

20. $x \to (y \to z), \neg z \vee x, \neg(y \to (x \wedge \neg z)) \vDash \ z \to (\neg x \wedge (y \to z))$;

3. Исчисление высказываний

Пусть $\Phi, \Psi, \mathrm{X}, \Theta$ - формулы исчисления высказываний. Построить вывод формулы исчисления высказываний из данного множества гипотез.

1. $\Phi \vdash \ \Psi \to (\Phi \wedge \Psi)$;
2. $\Phi \to \Psi, \Phi \to \mathrm{X} \vdash \ \Phi \to \Psi \wedge \mathrm{X}$;
3. $\Phi \to \mathrm{X}, \Psi \to \mathrm{X} \vdash \ \Phi \vee \Psi \to \mathrm{X}$;
4. $\Phi \to \Psi \vdash \ (\mathrm{X} \to \Phi) \to (\mathrm{X} \to \Psi)$;
5. $\Phi \to \Psi \vdash \ \Phi \wedge \mathrm{X} \to \Psi \wedge \mathrm{X}$;
6. $\Phi \to \Psi \vdash \ \Phi \vee \mathrm{X} \to \Psi \vee \mathrm{X}$;
7. $\Phi \to \Psi \vdash \ \Phi \to (\Phi \vee \Psi)$
8. $\Phi \vee (\Phi \wedge \Psi) \vdash \ \Phi$
9. $\Phi \wedge \Psi \vdash \ \Phi \wedge (\neg\Phi \vee \Psi)$;
10. $\Phi \vee (\neg\Phi \wedge \Psi) \vdash \ \Phi \vee \Psi$;
11. $\mathrm{X} \to \Phi, \Phi \to \Psi \vdash \ \mathrm{X} \wedge \Theta \to \Psi \vee \neg\Theta$;
12. $\Phi \to \mathrm{X}, \Psi \wedge \Phi \vdash \ \Theta \to \mathrm{X}$;
13. $\Theta \to \Psi, \Theta \wedge \Phi \vdash \ (\Phi \wedge \Psi) \vee \mathrm{X}$;
14. $\Phi \wedge (\Psi \wedge \Theta) \vdash \ \Psi \wedge (\Phi \vee \neg\Theta)$;
15. $\Phi \vdash \ (\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \neg\Theta)$;
16. $\Psi \wedge (\Phi \wedge \Theta) \vdash \ (\Phi \wedge \Psi) \wedge \Theta$;
17. $\Phi \vee (\Psi \wedge \Theta) \vdash \ \Psi \vee (\Phi \vee \neg\Theta)$;
18. $\Phi \wedge \Psi \to \Theta \vdash \ \mathrm{X} \wedge \Phi \to (\Psi \to \Theta \vee \neg\Phi)$;
19. $\Phi \to \Psi \vdash \ (\Theta \to \Phi) \to (\Theta \wedge \neg\Psi \to \neg\Phi \vee \Psi)$;
20. $\Phi \vee \Psi \vdash \ (\Phi \to \Theta) \to (\Psi \vee \Theta)$;

4. Алгебраические системы.

Построить подсистему алгебраической системы $\mathfrak{A}$, порожденную множеством X (через $P(B)$ обозначен булеан множества B, т.е. множество всех подмножеств множества B):

1. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{N};+\rangle,\ X = \{3,72\}$;
2. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{N};+,8\rangle,\ X = \{32\}$;
3. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};+\rangle,\ X = \{-3,9,6\}$;
4. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};+,4\rangle,\ X = \{-16,-8\}$;
5. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};+,-\rangle,\ X = \{125,65\}$;
6. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};+,-\rangle,\ X = \{-36,171,51\}$;
7. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};\cdot\rangle,\ X = \{-8,4\}$;
8. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};\cdot,6\rangle,\ X = \{132\}$;
9. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};-\rangle,\ X = \{7,21\}$;
10. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};-,15\rangle,\ X = \{-5,25\}$;
11. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Z};+,\cdot\rangle,\ X = \{-16,2\}$;
12. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Q};\cdot\rangle,\ X = \{1/5,-1/25\}$;
13. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Q};\cdot\rangle,\ X = \{3/4,64/27\}$;
14. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Q} \setminus \{0\};:\rangle,\ X = \{3\}$;
15. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{Q} \setminus \{0\};:,1/2\rangle,\ X = \{4,-1/2\}$;
16. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{R};\cdot\rangle,\ X = \{\sqrt{5},-1/5\}$;

17. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{R} \setminus \{0\}; :\rangle,\ X = \{\sqrt{2}/\sqrt[3]{3}, -9/8\}$;
18. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{C}; \cdot\rangle,\ X = \{3i\}$;
19. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{C}; \cdot\rangle,\ X = \{\sqrt{3}/2 - i \cdot 1/2\}$;
20. $\mathfrak{A} = \langle \mathbf{C} \setminus \{0\}; :\rangle,\ X = \{i, -i\}$;

Контрольная работа № 2

1. Формулы логики предикатов

Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры $\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}$ и определить свободные и связанные переменные формулы:

1. $\forall x((x + y \leq x) \wedge \neg (x = 0))$;
2. $\exists x(\forall y(x + y = y) \to (y \leq 0))$;
3. $\forall x \forall y((x \cdot y = 0) \to (x = 0) \vee (y = 0))$;
4. $\forall x \forall y(((x \leq y) \wedge (y < x) \to) x = y)$;
5. $\forall x \exists y((x \leq y) \wedge \neg (x = y) \to \neg (y \leq x))$;
6. $\forall y((x + 0 = x + y) \to (y = 0))$;
7. $(x + y = 0) \to (0 \leq x) \vee \exists y(0 \leq y)$;
8. $\forall x \exists y((x \leq y) \to (x + z \leq y))$;
9. $(x \leq y) \to \exists z \neg (x + z \leq y)$;
10. $\forall x((x \cdot y \leq y) \vee \neg (0 \leq y))$;
11. $\exists x((x + x = x) \wedge \neg (x \cdot x = x))$;
12. $\forall y((x + y = z) \wedge \neg (x = 0) \to \neg (y = 0))$;
13. $(x \leq y) \wedge (y \leq z) \to \forall z \neg (y + z = x)$;
14. $\forall x((x \leq y + x) \to (0 \leq y)) \vee (x = z)$;
15. $\forall x(x \cdot x \leq x + x) \wedge \exists y(x + y = 0) \to (z \leq y)$;
16. $\forall x \exists z(z + y = x) \to (x \cdot y \leq z) \wedge \forall y(x + 0 = y)$;
17. $\forall x \forall y(x \cdot y = 0) \to (x = 0) \vee (y = 0)$;
18. $\exists z((x + y \leq z) \vee (x + z = y)) \wedge \neg (x = y)$;
19. $\forall x \forall y((x + y = x) \vee \exists z(x \cdot z = y))$;
20. $\exists x((x \cdot y = x + y) \wedge \neg (x = 0) \wedge y \leq x)$.

Пусть Φ, Ψ, X - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данной формулы и определить свободные и связанные переменные формулы:

1. $\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
2. $\neg((\exists x \Phi(x, y) \vee \exists z \Psi(x, z)) \vee \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
3. $\forall x(\exists y \Phi(x, y) \wedge \exists y \Psi(x, y)) \wedge \forall x \Psi(x, y)$;
4. $\forall x(\forall y \Phi(x, y) \vee \Psi(x, y)) \vee \forall x \exists y \mathrm{X}(x, y)$;
5. $\neg(\forall x \exists y \Phi(x, y) \to \forall x \Psi(x, y)) \wedge \forall x \forall z \mathrm{X}(x, z)$;
6. $\forall x \Phi(x, y) \vee \forall x(\exists y \Psi(x, y) \vee (\exists y \mathrm{X}(x, y) \wedge \exists y \Phi(x, y)))$;
7. $\forall x(\exists y \Phi(x, y) \wedge \forall x \exists y \Psi(x, y)) \wedge (\exists y \mathrm{X}(x, y) \vee \exists y \Phi(x, y))$;
8. $\neg(\forall x \neg(\forall y \Phi(x, y) \wedge y \Psi(x, y))) \to \exists y \forall x \mathrm{X}(x, y)$;
9. $\exists x \forall y \Phi(x, y) \to \neg(\forall x \neg(\forall y \Phi(x, y) \wedge \exists z \Psi(z, y)))$;
10. $\exists x(\exists y \Phi(x, y) \vee \forall y \Psi(x, y)) \wedge \forall y(\Phi(x, y) \wedge \Psi(x, y))$;
11. $\neg((\exists x \exists y \Phi(x, y) \wedge \exists x \forall y \Psi(x, y)) \vee \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
12. $\exists x \Phi(x, y) \vee (\exists x \forall y \Psi(x, y) \to \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
13. $\forall x(\neg(\exists y \Phi(x, y) \to \forall y \Psi(x, y)) \vee (\Phi(x, z) \to \forall y \Psi(x, y)))$;

14. $\forall x(\exists y\Phi(x,y)\vee\forall y\Psi(x,y))\wedge\exists x\urcorner(\Phi(z,y)\wedge\ \forall y\Psi(x,y))$;
15. $\forall x\Phi(x,y)\to\exists y(\exists x\mathrm{X}(x,y)\to\Psi(y,z)\vee\Phi(y,z))$;
16. $\forall x\exists y\Phi(x,y)\wedge\forall y\forall x\Psi(x,y)\to\urcorner\mathrm{X}(x,y)\wedge\Phi(x,y)$;
17. $\forall x\exists y\urcorner(\Phi(x,y)\to\urcorner\Psi(x,y))\vee\exists z\mathrm{X}(z,y)$;
18. $\forall x(\forall y\Phi(x,y)\to\exists y\Psi(x,y))\wedge\neg(\exists y\mathrm{X}(x,y)\vee\exists y\Phi(x,y))$;
19. $\exists x\Phi(x,y)\wedge\forall x\exists y\Psi(x,y)\to\forall x\exists y\mathrm{X}(x,y)\vee\exists y\Psi(x,y)$;
20. $\exists y\forall z(\Phi(x,y)\vee\forall x\exists y\Psi(x,y)\to\exists y\mathrm{X}(z,y))\vee\exists y\Phi(x,y)$.

2. Истинность формулы логики предикатов в алгебраической системе

В следующих задачах предикаты $P(x)$ и $Q(x)$ заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить:
– множество истинности предиката $\neg P(x)$;
– справедливо ли одно из следующих соотношений $P(x)\to Q(x), Q(x)\to P(x)$.
Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний:
а) $\forall xP(x)$, б) $\exists xP(x)$ в случаях, когда предикат P(x) рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале.

1. $P(x)$ задан в виде $x^2\le 4x$, $Q(x)$ – в виде $|x|\le\ 4$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,4);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (4,+ ∞).

2. $P(x)$ задан в виде $|x|\le 2$, $Q(x)$ – в виде $x^2<1$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,2];
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-2,2).

3. $P(x)$ задан в виде $x^2>x$, $Q(x)$ – в виде $|x|>1$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-1,0);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,+ ∞).

4. $P(x)$ задан в виде $x^2-5x+4=0$, $Q(x)$ – в виде $|x|<5$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,4];
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [4,5].

5. $P(x)$ задан в виде $x^2+4x+4=0$, $Q(x)$ – в виде $|x|>1$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [-2,2];
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,2].

6. $P(x)$ задан в виде $x^2-6x+8<0$, $Q(x)$ – в виде $|x|<\ 4$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (2,4);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3,4].

7. $P(x)$ задан в виде $x^2\ge 16$, $Q(x)$ – в виде $x^2-25>0$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,-4);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

8. $P(x)$ задан в виде $x^2>3x$, $Q(x)$ – в виде $x^2-4x>0$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3, + ∞);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,3].

9. $P(x)$ задан в виде $|x|>5$, $Q(x)$ – в виде $x^2\ge 25$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-6,-5);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-6,6).

10. $P(x)$ задан в виде $4x^2-1>0$, $Q(x)$ – в виде $x^2>1$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,5;1);
б) $\exists xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,1).

11. $P(x)$ задан в виде $x^2\le 6x$, $Q(x)$ – в виде $|x|\le\ 6$:
а) $\forall xP(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,6);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (6,+ ∞).

12. $P(x)$ задан в виде $|x| \leq 4$, $Q(x)$ – в виде $x^2 < 1$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,4];
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

13. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 2x$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-2,0);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [2,+ ∞).

14. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 5x + 6 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,4];
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3,6].

15. $P(x)$ задан в виде $x^2 + 6x + 9 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [-3,3];
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,3].

16. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 7x + 10 < 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (2,6);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,6].

17. $P(x)$ задан в виде $x^2 \geq 9$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 16 > 0$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,-3);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

18. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 5x$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 7x > 0$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3, + ∞);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,7].

19. $P(x)$ задан в виде $|x| > 8$, $Q(x)$ – в виде $x^2 \geq 16$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-5,0);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-8,8).

20. $P(x)$ задан в виде $9x^2 - 1 > 0$, $Q(x)$ – в виде $x^2 > 4$:
а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0;1);
б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-1,2).

3. Исчисление предикатов

Пусть $\Phi, \Psi, \mathrm{X}, \Theta$ - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез.

1. $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists z \Phi(y, z)$;
2. $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists x \Phi(y, x)$;
3. $\forall x \Phi(x, x) \vdash \exists y \exists z \Phi(y, z)$;
4. $\exists x \forall y \Phi(x, y) \vdash \exists z \Phi(z, z)$;
5. $\forall y \Phi(y) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$;
6. $\exists x \Phi(x) \vee \exists x \Psi(x) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$;
7. $\forall x \Phi(x) \wedge \forall y \Psi(y) \vdash \Phi(u) \wedge \Psi(u)$;
8. $\Phi(x) \vdash \Psi(y) \to \exists x \Phi(x)$;
9. $\exists x(\Phi(x) \to \Psi(x)) \vdash \forall x \Phi(x) \to \exists y \Psi(y))$;
10. $\forall x \Phi(x) \to \forall y \Psi(y)) \vdash \neg \Psi(x) \to \exists y \neg \Phi(y))$;
11. $\forall x \Phi(x) \vee \forall y \Psi(y)) \vdash \neg \Psi(x) \to \Phi(y))$;
12. $\forall y \exists x(\Phi(x, y) \to \Psi(y)) \vdash \forall x(\forall z \Phi(z, x) \to \Psi(x))$;
13. $\exists x \exists y(\Phi(x) \wedge \Psi(x, y)) \vdash \exists x \Phi(x) \wedge \exists y \exists z \Psi(y.z)$;
14. $\forall y \Phi(y) \vee \forall x \exists y \Psi(x, y) \vdash \forall x \exists z(\Phi(x) \vee \Psi(x, z))$;

15. $\exists x \forall y (\Phi(x, y) \wedge \Psi(x)) \vdash \forall x \exists z \Phi(z, x) \wedge \exists x \Psi(x)$;
16. $\forall y (\Phi(x, y) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x \exists z \Phi(z, x) \vee \exists x \Psi(x)$;
17. $\exists x \forall y \exists z \Phi(x, y, z) \vdash \exists u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$;
18. $\exists x \forall y \Phi(x, y, y) \vdash \forall u \exists z \exists v \Phi(z, u, v)$;
19. $\forall x \exists z \forall y \Phi(x, y, z) \vdash \forall u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$;
20. $\exists y \forall x \Phi(x, y, y) \vdash \exists u \exists y \exists z \Phi(u, y, z)$.

4. Машины Тьюринга

Составить программу реализующую машину Тьюринга, вычисляющую значение данной функции $f(x, y)$. Числа $x, y > 0$ соответствуют на ленте наборам из x и y единиц соответственно. Наборы единиц разделять нулем.

Переменные x и y могут равняться нулю. Например, набор 000 означает, что $x = 0, y = 0$, а набор 00111 соответствует значениям $x = 0, y = 3$.

Если функция не определена при каких-то значениях x и y, то программа должна выдавать 0. Первый набор единиц – значение x, второй – значение y.
1. $f(x, y) = 3x \dot{-} y$;
2. $f(x, y) = 4y \dot{-} 2x$;
3. $f(x, y) = 7x \dot{-} 3y$;
4. $f(x, y) = 5y \dot{-} 4x$;
5. $f(x, y) = 6x \dot{-} 4y$;
6. $f(x, y) = 5y \dot{-} x$;
7. $f(x, y) = 6x \dot{-} 2y$;
8. $f(x, y) = 6y \dot{-} x$;
9. $f(x, y) = 5x \dot{-} 3y$;
10. $f(x, y) = 9y \dot{-} 4x$;
11. $f(x, y) = 5x \dot{-} y$;
12. $f(x, y) = 8y \dot{-} 4x$;
13. $f(x, y) = 7x \dot{-} 4y$;
14. $f(x, y) = 5y \dot{-} 2x$;
15. $f(x, y) = 7x \dot{-} y$;
16. $f(x, y) = 4y \dot{-} x$;
17. $f(x, y) = 6x \dot{-} 5y$;
18. $f(x, y) = 6y \dot{-} 2x$;
19. $f(x, y) = 3x \dot{-} 2y$;
20. $f(x, y) = 3y \dot{-} x$.